الصف العاشر

ملخص الوحدة التاسعة

المزيد من المعادلات

الفصل الدراسي الثاني

النسخة الأولى :٢٠٢١/٢٠٢٢م

فريق عطاء بـلا حدود

أ. حســـن بن أحـــمد آل سنـان

أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

أ. مـروة بنت راشد الغنبوصية

محافظة جـنوب الشرقية – مدرســة السويح (١-١٠)

afidni.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١) المعادلة التربيعية هي معادلة من الدرجة الثانية على الصورة:

$أ س^{٢} + ب س + ج = ٠$ ، حيث $أ \neq ٠$

- ✓ حل المعادلة التربيعية هو إيجاد قيمة س التي تحقق طرفي المعادلة.
- ✓ المعادلة التربيعية يمكن أن يكون لها حلان (جذران) مختلفان أو متساويان ويمكن أن لا يكون لها حلول.

٢) تذكر أن : إذا كان $أ \times ب = ٠$ فإن $أ = ٠$ أو $ب = ٠$

مثال توضيحي

إذا كان $(س - ٢)(س + ٣) = ٠$

فإن $س - ٢ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$

$س = ٢$ أو $س = -٣$

٣) أوجد حل المعادلات التربيعية الأتية بالتحليل إلى عوامل:

تذكر: أن تعيد كتابة المعادلة لتكون معادلة صفرية إذا لم تكن كذلك

١) $س^{٢} + ٧س + ١٢ = ٠$

٢) $س^{٢} - ٤س = -٤$

٣) $٢س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠$

٤) $س^{٢} - ٩ = ٠$

٤) أوجد حل المعادلات التربيعية الأتية بإخذ الجذر التربيعي

١) $س^{٢} - ٤ = ٠$

٢) $٩س^{٢} + ١٦ = ٠$

٣) $س^{٢} - ٥ = ٢٠$

٤) $(س-٢)^{٢} = ٩$

٥) أوجد ناتج الضرب في أبسط صورة

١) $س(س + ١)$

٢) $(٢س+٣)(٢س-٣)$

٣) $(س-٥)(٣س+١)$

٣) $(٣س - ١)(س - ٢)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦) تذكر أن : $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

$(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$

فك وبسط :

١) $(س+٦)^{٢}$

٢) $(س-٢)^{٢}$

٧) العبارة الجبرية $س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$ تسمى مربع كامل

إذا تحققت الشروط التالية :

✓ الحد الأول والثالث مكتوبين في صورة مربع كامـــل.

✓ الحد الأوسط = $\pm$ ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

✓ يمكن تحليل المربع الكامل بالصورة الاتية :

$(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}})^{٢}$

$س^{٢} \pm ٢س ص + ص^{٢} = (س \pm ص)^{٢}$

نفس إشارة الحد الأوسط

اختبر فهمك:

١) إذا كانت كل عبارة جبرية مما يلي تمثل مربع كامل ، فأكمـــل :

أ) $س^{٢} + ١٤س + ٤٩ = (\square + \square)^{٢}$

ب) $س^{٢} - ٦س + ٩ = (\square - \square)^{٢}$

ج) $أ^{٢} - ١٠أب + ٢٥ب^{٢} = (\square)^{٢}$

٢) أوجد قيمة ك التي تجعل العبارة مربعا كاملا :

أ) $س^{٢} - ٨س + ك$

ب) $٤س^{٢} + ك س + ٢٥$

afidni.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٩-١) الإكمال إلى مربع

الإكمال إلى مربع هي طريقة لكتابة العبارة التربيعية أس^{٢} +ب س +جـ على الصورة أ (س + ك)^{٢} + د

مثال توضيحي

أكتب العبـارة الجـبرية س^{٢} +٦س+٥ فـــي صـــورة (س + أ)^{٢} + ب

الحـل:

س^{٢} + ٦س + ٩ + ٥ – ٩

= (س+ ٣)^{٢} - ٤

أ = ٣ ، ب = -٤

١)نـوجد قيـمة المقـدار

(معامل س / ٢)^{٢} = (٦ / ٢)^{٢} = ٩

٢) نضـــيف ونطـرح ٩ من العـبارة الجـــبرية

ملاحظة: إذا كانت س^{٢} +ك س +جـ = (س +أ)^{٢} +ب

أ = معامل س بإشارته / ٢ = ك / ٢ = ٦ / ٢ = ٣

ب= جـ -(معامل س / ٢)^{٢} = جـ - أ^{٢} = ٥ - ٩ = -٤

نشاط فردي:

حوط الصورة (س + أ)^{٢} + ب ، المناسبة للعبارة الجبرية س^{٢} -٢س - ١٧

◯ (س-١)^{٢} -١٨ ◯ (س+١)^{٢} -١٦

◯ (س+١)^{٢} -١٨ ◯ (س-١)^{٢} +١٦

نشاط جماعي : صل كل عبارة جبرية بالصورة (س +أ)^{٢} + ب المناسبة لها

(س+١٠)^{٢} -٣٠٠	
	س^{٢} -٣س -٣
(س+٣)^{٢} +٥	
	س^{٢} -٢٠س + ٤٠٠
(س-١٠)^{٢} + ٣٠٠	
	س^{٢} +٦س+ ١٤
(س- ٣/٢)^{٢} – ٢١/٤	

afidni.com

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة:

يمكن كتابة العبارة الجبرية $س^{٢}$ + أس في صورة $(س+\frac{أ}{٢})^{٢} - (\frac{أ}{٢})^{٢}$

مثال: ١) $س^{٢}+٦س = (س+٣)^{٢} + ٩$

٢) $س^{٢}-٣س = (س-\frac{٣}{٢})^{٢} + \frac{٩}{٤}$

نشاط فردي : إذا كان $س^{٢}$ -٩ س +١٢=(س - أ)^{٢} - ب ، أوجد قيمة كلا من أ ، ب

الحل:

نشاط إثرائي :

١) إذا كان $س^{٢}$ + ٦س + أ = (س + ب)^{٢} + جـ ، وكان أ + جـ = -٧ حوط قيمة جـ

○ -٢ ○ ١ ○ -٨ ○ ٣

٢) ضع العبارة التربيعية ٢$س^{٢}$-١٦ س +٣٠ على الصورة أ(س + ب)^{٢} +جـ

الحل:

حل المعادلات التربيعية بالإكمال إلى مربع :

تستخدم طريقة الإكمال إلى مربع لحل المعادلات التربيعية التي لا يمكن حلها باستخدام التحليل إلى عوامل

مثال: حل كل معادلة من المعادلات التربيعية التالية بالإكمال إلى مربع وأكتب الناتج مقربا إلى أقرب منزلتين عشريتين

١) $س^{٢}$ -١٢س -١ = ٠

حل توضيحي:

١)ننقل الحد الثابت إلى الطرف الأيسر $س^{٢}$ -١٢ س =١-

٢) نضيف $(\frac{١٢}{٢})^{٢}$ = ٣٦ (للطرفين)

$س^{٢}$ -١٢س +٣٦ = -١ +٣٦

٣) الطرف الأيمن أصبح مربع كامل نحلله (س-٦)^{٢} = ٣٥

٤) نأخذ الجذر التربيعي للطرفين ونحل

س- ٦ = $\pm\sqrt{٣٥}$

س = ٦ $\pm\sqrt{٣٥}$

س = ٦ + $\sqrt{٣٥}$ أو س = ٦ - $\sqrt{٣٥}$

س = ١١,٩٢ أو س = ٠,٠٨

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) $س - ٥ = \frac{٢}{س}$

*نضع المعادلة على الصورة
$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$
*بضـرب الطرفيــن × س

الحل: $س \times (س - ٥) = \frac{٢}{س} \times س$

$س^{٢} - ٥س = ٢$

أكمــل الحــل ...

٣) $٣س^{٢} = ٢(٣س + ٢)$

الحل: $٣س^{٢} = ٦س + ٤$

- نضع المعادلة على الصورة
$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$
- نقسم المعــادلة عــلى ٣
نضيف ونطــرح $(\frac{٢}{٢})^{٢} = ١$

أكمــل الحــل ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نشاط فردي: إذا كانت العبارة الجبرية $س^{٢}$ -٤س +٢ يمكن وضعها على الصورة $(س + أ)^{٢}$ +ب

١)أكمل: أ= ☐ ب = ☐

٢)استخدم إجابتك في السؤال (١) لحل المعادلة $س^{٢}$ +٤س – ٦ = ٠

وأكتب الناتج مقربا إلى أقرب منزلتين عشريتين

الحل:

نشاط جماعي :

تقول فاطمة

حل المعادلة التربيعية (س-٤)(س+٢)= -٥

بالإكمال إلى مربع هو ١ ± ١٢

هل ما تقوله فاطمة ☐ صح ☐ خطأ ، فسر إجابتك

الحل:

نشاط ختامي :

قام كل من أحمد وهبة بحل المعادلة التربيعية

$س^{٢}$ +٨س -٢٠ = ٠ باستخدام الاكمال إلى مربع كما يأتي أيهما قام بالحل بطريقة صحيحة؟ ☐ أحمد ☐ هبة.

حل أحمد	حل هبة
$س^{٢}$ +٨س -٢٠ = ٠	$س^{٢}$ +٨س -٢٠ = ٠
$س^{٢}$ +٨س = ٢٠	$س^{٢}$ +٨س = ٢٠
$س^{٢}$ +٨س +١٦ = ٢٠ +١٦	$س^{٢}$ +٨س +١٦ = ٢٠
$(س +٤)^{٢}$ =٣٦	$(س +٤)^{٢}$ =٢٠
س+٤ = ± ٦	س+٤ = ± ٢٠
س= -٤ ± ٦	س= -٤ ± ٢٠
س= ٢ ، س = -١٠	س ≈ ٠,٤٧ ، س ≈ -٨,٤٧

الواجب المنزلي

رقم (٣) { أ ، ب ، ج} كتاب النشاط صفحة ١٦

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٩ – ٢) الصيغة التربيعية

تذكر أن: المعادلة التربيعية هي معادلة على الصورة أس^{٢} +ب س + جـ = ٠، أ≠ ٠

التعلم القبلي:

١) عين المعاملات أ ، ب ، جـ للمعادلات الآتية :

أ) س^{٢} + ٣ س + ٢= ٠ ب) (س + ٧) (س - ٥) = ٩

٢) إذا كان أس^{٢} + ب س + جـ = ٨- ٣س (٤+س) حوط قيمة أ – ب – جـ

○ -٢٣ ○ ٧ ○ ١ ○ ٧

تعريف: يمكن حـل المعادلة التربيعيـة أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ حيـث أ≠٠

بالصيغة التربيعية على النحو:

$$س = \frac{ب^{٢} \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$ حيث $ب^{٢} - ٤أجـ \geq ٠$

ملاحظات مهمة

- يمكن استخدام الصيغة التربيعية لحل المعادلة التربيعية في كل الحالات
- الرمز ± في الصيغة يدل على ضرورة إيجاد قيمتين
- يجب وضع المعادلة التربيعية على صورة أس^{٢} +ب س +جـ= ٠

مثال(١): حلّ كل معادلة من المعادلات التالية بالتحليل إلى عوامل والصيغة التربيعية

أ) س^{٢} +٧س+١٢=٠

ب) س^{٢}+٩س+٣٦=٠

مثال(٢): حلّ كل معادلة من المعادلات التالية باستخدام الصيغة التربيعية
قرّب إجابتك إلى عـــدد مكوّن من ٣ أرقــام معنوية عند الضرورة.

أ) س^{٢} + ٦س - ١ = ٠

ب) -٢س^{٢} - ٢س + ١ = ٠

ج) (س+٧)(س+٥)=٩

د) $\frac{١}{س} + س = ٧$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب: قامت زينب بحل المعادلة س(٦س -٣) -٢ = ٠ باستخدام الصيغة التربيعية وكتابة الناتج في صورة جذر تربيعي حوط قيمة س الصحيحة التي توصلت إليها زينب :

○ $\frac{٣ \pm \sqrt{٥٧}}{١٢}$ ○ $\frac{-٣ \pm \sqrt{٥٧}}{١٢}$ ○ $\frac{٣ \pm \sqrt{٣٩}}{١٢}$ ○ $\frac{-٣ \pm \sqrt{٣٩}}{١٢}$

أكتب خطواتك:

نشاط جماعي : للمعادلة التربيعية س^{٢} -٥س -٣ = ٠ حلان هما أ ، ب

أوجد قيمة: **أ)** أ + ب

ب) أ - ب

أكتب خطواتك:

نشاط فردي:

بين خطأ منى أثناء حل المعادلة التربيعية ٣س^{٢} + ٩ س =٤ بالصيغة التربيعية

أ= ٣ ب = ٩ جـ= ٤

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٩ \pm \sqrt{٢٩ - ٤ \times ٣ \times ٤}}{٣ \times ٢}$$

$$س = \frac{-٩ \pm \sqrt{٣٣}}{٦}$$

س = -٠,٤٥

اكتب خطواتك:

نشاط إثرائي :

١) أفترض أن للمعادلة التربيعية أس^{٢} +ب س + جـ حلين مختلفين بين أن الفرق بينهما هو $\frac{\sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢}$

أكتب خطواتك:

٢) إذا كانت جـ^{٢} -٤أب = ٠ ، حوط حل المعادلة ب س^{٢} +جـ س +أ = ٠

○ $\frac{-جـ}{٢ب}$ ○ صفر ○ $\frac{جـ}{٢ب}$ ○ $\frac{ب}{٢جـ}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نشاط ختامي : ـ رقم (١) كتاب الطالب صفحة ٤٠

حـل المعادلة التربيعية س^{٢} + ٦س - ٧ = ٠

أ) بالتحلـــيل إلى عوامـــل مبيّنـــا حلّـــك كاملاً.

ب) بالإكمـــــال الى مُربّع مبيّنـــــًا حلّـك كامـلاً.

ج) باستخدام الصيغة التربيعية مبيّنًا حلّك كاملاً.

وضح خطوات الحل

الواجب المنزلي

رقم (٣) {ج ، ط} كتاب النشاط صفحة ١٠

معلومات سريعة

- مساحة المربع = طول الضلع × نفسه
- مساحة المستطيل = الطول × الـعرض
- مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$طول القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × ق × ع
- محيط المستطـــيل = ٢(الطول + العرض)
- نصف محيط المستطيل= الطول + العرض
- إذا كان عدد ما يساوي س فأن:

(مثلي العدد) ضعفه =٢س ، مربعه = س^{٢} ، ثـلاثة أمثاله = ٣ س

نصف العدد= $\frac{١}{٢}$س ، ثلث العدد = $\frac{١}{٣}$س، ثلثي العدد = $\frac{٢}{٣}$س

- عدد يزيد عنه بمقدار ٣ ← س+٣
- عدد يقل عنه بمقدار ٢ ← س- ٢
- عـددين متتـاليـين فـإن العـددين هـما س ، س +١
- عدديـــن زوجيين (أو فرديين) متتاليين فأن العددين س ، س+٢

تذكر أن: $س^{\frac{م}{ن}} = س^{م \times \frac{١}{ن}} = (س^{\frac{١}{ن}})^{م}$

امثلة: $س^{\frac{٢}{٣}} = (س^{\frac{١}{٣}})^{٢}$ ، $ص^{\frac{٣}{٤}} = (ص^{\frac{١}{٤}})^{٣}$

مثال : ـ **مستطيل مساحته ١٢ سم^{٢}، إذا كان عرضه (س + ١) سم وطوله (س +٣)سم، فأوجد القيـَم الممكنة للمتـغيّر س.**

وضح خطوات الحل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب: مثلث طـول قاعدته (س-٢) سـم وارتفاعـه (س+٢) سـم
إذا كانـت مساحته تسـاوي ١٦ سـم^{٢} فحوط قيمـة س

○ ٢٠ ٦○ ٤○ ○ ١٢

وضح خطوات الحل

نشاط فردي : عرضت المعلمة السؤال الاتي على الطالبـات عددان متتاليان ناتج ضربهما يساوي ٣٣٠٦ فما هما العددان؟

زينب

العددان هما :
٥٧ ، ٥٨

العددان هما :
-٥٧ ، -٥٨

منى

أيا منهما على صواب؟ ☐زينب ☐ مـنى ، فسـر إجابتـك

وضح خطوات الحل

نشاط جماعي : رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ٢١

كتب عالِم بيولوجي نموذجًا يبيّن أن متوسّط ارتفاع نوع من الأشجار (ع) مترًا بعد مرور زمن مقداره (ن) شهرًا، يُعطى بالدالة ع= $\frac{١}{٥}$ ن$^{\frac{٢}{٣}}$ + $\frac{١}{٣}$ ن$^{\frac{١}{٣}}$

أوجد: أ) متوسّـط ارتفـاع هـذا النوع من الأشجار بعـد ٦٤ شهرًا

ب)عدد الشهور التي يصبح عندها متوسّط ارتفاع الأشجار ١٠ أمتار، مُقرّباً الناتج إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية.

وضح خطوات الحل

نشاط إثرائي: إذا كانت مساحة المربع تزيد عن مساحة المستطيل بمقدار ٢ أوجد قيمة س

(س) سم

(٢س) سم

(س+٥)سم

وضح خطوات الحل

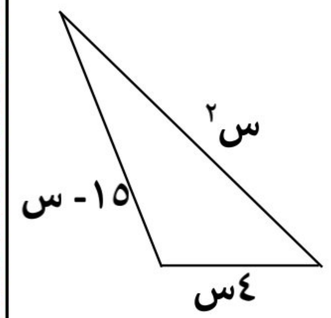
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نشاط ختامي:

١) تقول ميثاء إذا كان محيط المثلث المقابل يساوي ٣٠ فإن قيمة س = ٤

هل ميثاء علـــى صـــواب ؟ □نعم □لا ، فـــسر اجابتـــــك.

وضح خطوات الحل



٢) طابع بريدي عرضه يساوي ثلثَي طوله، وأردتَ تكبيره ليصبح لوحة فنية مساحتها ٢١٦ سم٢، فكم سيكون بُعداها؟

وضح خطوات الحل

الواجب المنزلي

رقم (٦) كتاب النشاط صفحة ٢٠

(٩-٣)حل المعادلات الآنية

التعلم القبلي : تـــذكـــر أن:

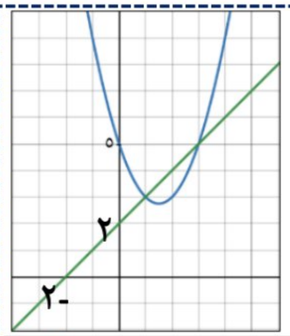
ص = ٢س + ٢	ص = س+ ٥	ص + س= ٢٠

تمثل معادلات خطية تمثل بيانيا بخط مستقيم

*أخذنا سابقا كيفية استخدام التمثيل البياني لحل معادلة خطية ومعادل غير خطية (تربيعية)

*حل المعادلتـين آنيا بيانيا هو **الإحداثي السيني لنقاط التقاطع بين التمثيلات البيانية**

مثال: استخـــدم التمثيـل البيـــاني



المقابـل لحل المعادلتـين آنيا :

ص= ٢+ س ، ص= س٢ -٣س+٥ ، فكر كيف يمكن

إيجاد حـــل المعادلتين آنيا بدون رســم بيـــاني ؟!

خطوات حل معادلتين آنيتين أحدهما تربيعية والأخرى خطية:

- يجب التأكد من أن المعادلتين تبدأ ب ص
- جمـــع المعـادلتـــــين لتحـذف ص
- أعد كتابة المعادلة الناتجة بحيث تصبح مساوية للصفر ثم أوجد ناتج الحل باستخدام التحليل إلى عوامل أو استخدام الاكمـال إلى المربع أو الصيغة التربيعية.

مثال: حل المعادلتين فيما يلي :

١) ص= ٢+س ، ص= س٢ -٣س+٥

٢) ص-٢س٢ =٣س+١ ، ص= س+٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نشاط فردي : عندما ترسم التمثيل البياني لِـ ص = س + ٢ والتمثيل البياني لِـ ص = $س^{٢}$ + ٤س + ٣ على نفس المستوى الإحداثي، فإنهما يتقاطعان في نقطتين. دون أن ترسم التمثيلين، أوجد إحداثيات نقطتي التقاطع هاتين

وضح خطوات حلك

نشاط ثنائي : تقول منى أن مجموعتي المعادلات الاتية لها نفس الحلول

لـ س هل منى على صواب ☐ صح ☐ خطأ فسر إجابتك

ص - ٢س + ٦ = ٠

ص = $٣س^{٢}$ +٨س +٣

ص = $س^{٢}$

ص-٥ = ٣س

وضح خطوات حلك

وضح خطوات حلك

نشاط جماعي : قام مازن بحل زوج المعادلات الأتية آنيا:

ص = ٢$س^{٢}$ + ٣ ، ص = ٣ س + ٢

أكتشف الخطأ الذي قع فيه مازن وصححه.

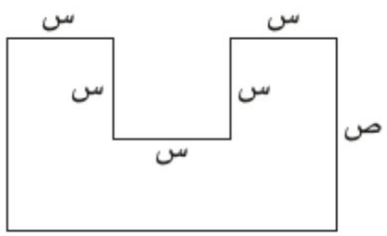
حل مازن	تصحيح الخطأ
٢$س^{٢}$+٣ = ٣س + ٢	
-$س^{٢}$ = -١	
$س^{٢}$ = ١ (بأخذ الجذر التربيعي)	
س= ١ ، س = -١	
ص =٥ ، ص =-١	
(١، ٥) (-١ ، -١)	

مثال: إذا علمت أن مساحة الشكل المجاور ٢١ سم^{٢} ومحيطه ٣٨ سم

أ) اكتب معادلة تمثّل المساحة.

ب) اكتب معادلة تمثّل المحيـط.

ج) حل المعادلتَين آنيًّا وفسّر إجاباتك.

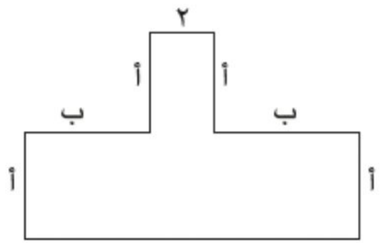


وضح خطوات حلك

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نشاط فردي :

إذا علمت أن مساحة الشكل المقابل ٤٨سم^{٢}



أ) أكتب معادلة تمثّل المساحة.
ب) إذا كانت قيمة ب تساوي مثلَيْ قيمة أ، فاكتب معادلة تمثّل ذلك.
ج) حل المعادلتَين في الجزئيتين (أ)، (ب)آنيًا.
د) ما قيمة ب المبيّنة على الشكل؟

وضح خطوات حلك

نشاط ختامي:

١) حوط الإجابة الصحيحة: أي من النقاط الاتية تمثل إحدى نقاط تقاطع المنحنى ص =س^{٢} +٣س والمستقيم ص=س

◯(٣ ، ٠) ◯(٠ ، ٠) ◯(-٢، ٢) ◯(-٢ ، -٢)

سجل ملاحظاتك

٢) أكمل : حل المعادلتين ص =س^{٢} +٤س +٢ ، ص-٢س-١ = ٠
(..... ، .....) ، (..... ، .....)

سجل ملاحظاتك

الواجب المنزلي
رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٢٣

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٩-٤) رسم الدوال التربيعية

التعلم القبلي(١) :تذكـر أن :

نقطة رأس المنحنى هي النقطة التي يتغير عندها اتجاه المنحنى الإحداثي لنقطة رأس المنحنى

$$\frac{-\text{معامل س}}{٢\text{معامل س}^{٢}} = \frac{-ب}{٢أ}$$

محور التماثل: هو مستقيم يقسم منحنى الـدالة التربيعية إلى نصفين متماثلين س = $\frac{-ب}{٢أ}$

عناصر هامة

تميز منحنى الدالة التربيعية على صورة ص= أس^{٢} +ب س +جـ

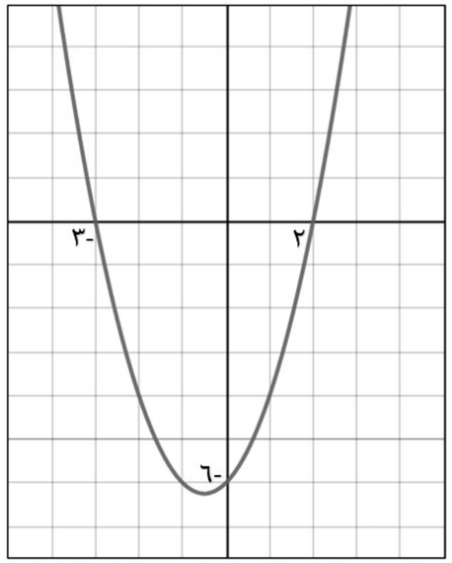
إذا كانت أ موجبة فإن المنحنى مفتوح لأعلى ∪ (شكل الوادي) وتكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى هي القيمة الصغـرى للدالـة

إذا كانت أ سالبة فإن المنحنى مفتوح لأسفل ∩ (شكل الجبل) وتكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى هي القيمة العظمى للدالـة

نقطة تقاطع المنحنى مع المحور الصادي هي (٠، جـ) لإيجادها نضع س=٠ ونوجد قيمة ص

لإيجاد نقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات نضع ص =٠ ونوجد قيم س التي تمثل جذور المعادلة التربيعية أس^{٢} + ب س +جـ = ٠

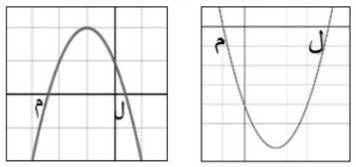
مثال: أنظر إلى التمثيل البياني التالي ثم حوط المربعات التي تحوي المعلومات الصحيحة للتمثيل البياني للدالة:



- معامل س^{٢} موجب وللمنحنى قيمة صغرى
- معامل س^{٢} سالب وللمنحنى قيمة عظمى
- نقطة رأس المنحنى (٠، -٦)
- معادلة محور التماثل س = -٦
- نقاط تقاطع المنحنى مع المحور السيني (٢، ٠) ،(-٣، ٠)
- نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات (٠، -٦)

ملاحظات هامة: هناك ثلاث حالات لتقاطع المنحنى مع المحور السيني:

المنحنى يقطع المحور السيني في نقطتين



فيكون للمعادلة جذرين

إذا كان المنحنى مفتوح لأعلى.

فتكون معادلة الدالة هي:

ص = (س-ل)(س-م) أو

س^{٢} – (ل + م) س + ل × م

إذا كان المنحنى مفتوح لأسفل.

فتكون معادلة الدالة:

ص= -(س-ل)(س-م) أو

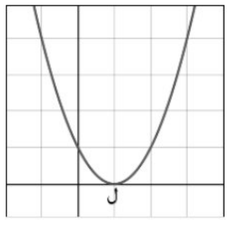
-[س^{٢} – (ل + م) س + ل ×م]

معلومة سريعة الإحداثي السيني لنقطة رأس المنحنى = $\frac{ل + م}{٢}$

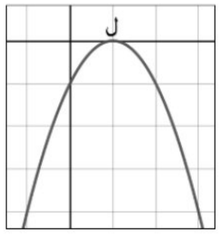
المنحنى يمس المحور السيـــني

يكون للمعادلة جذر واحد

ص = (س-ل)^{٢}

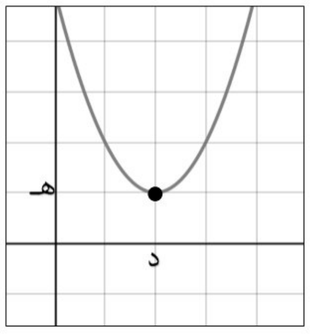


ص= - (س-ل)^{٢}



المنحنى لا يتقاطع مع المحور السيـــني

فإنه لا يوجد له جذور

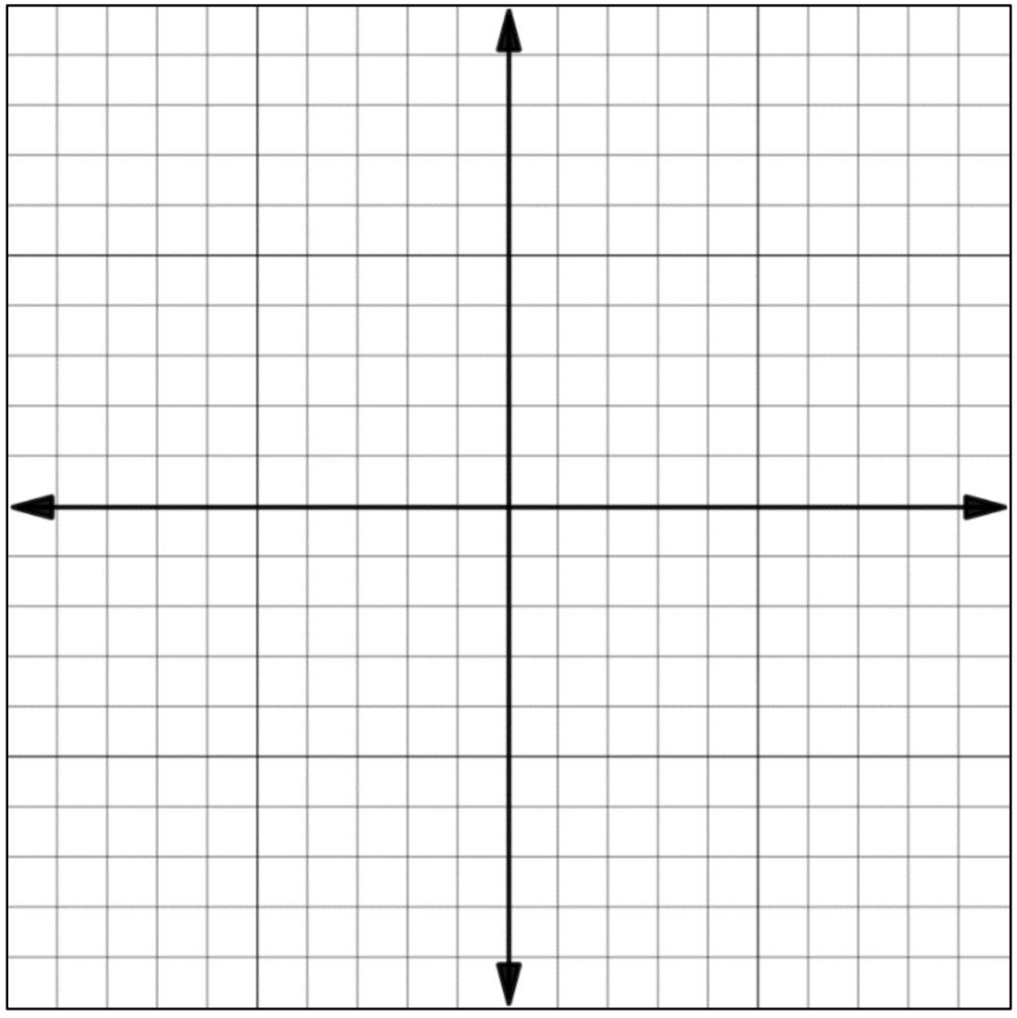


نقطة رأس المنحنى (د ،هـ)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تعلم قبلي(٢) : أكمل الجدول الاتي لرسم الدالة التربيعية ص = س^{٢} -س-٦ بيانيا

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤
ص								



ثم أكمل ما يلي :

١) نقطـــــة رأس المـــنحـــنى هـــي : (.....، .....)

٢) نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات .....

٣)نقاط تقاطع المحنى مع المحور السيـــني .....

رسم الدوال التربيعية جبريا

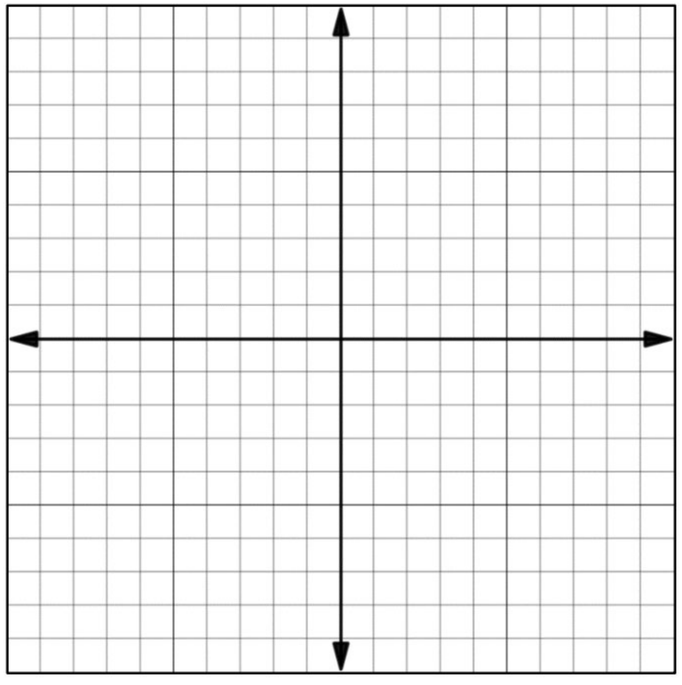
لاحظ أنه :

- لن يكون الرسم مثاليا ولكن يبين معلومات مهمة عند التمثيل البياني.
- لا يبين الرسم أعدادا على المحورين بل يعرض بعض النقاط المحددة.

لتمثيل الدالة التربيعية جبريا يجب معرفة أربعة عناصر مهمة

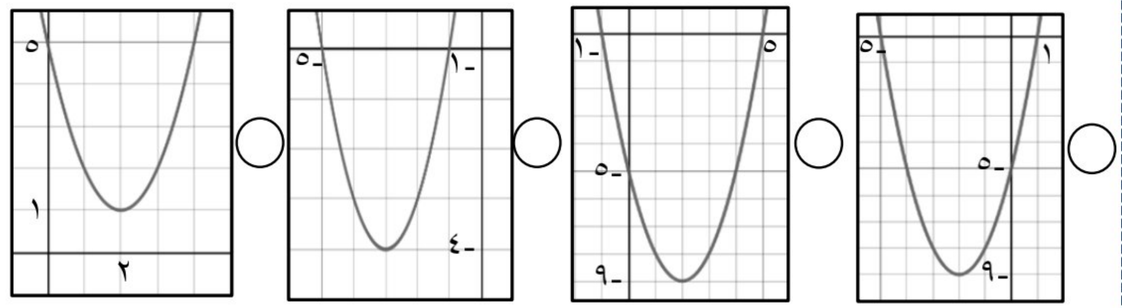
- شكل التمثيل البياني
- نقطة تقاطع المحنى مع المحور الصادي
- نقاط تقاطع المحنى مع المحور السيني
- نقطة رأس المنحنى

مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة التربيعية التالية : ص=س^{٢} -٣س -٤

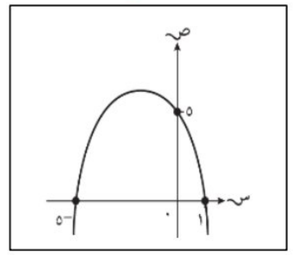


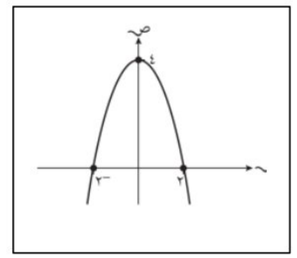
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

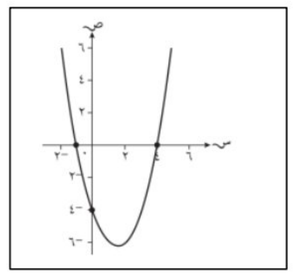
تدريب: حوط التمثيل البياني الذي يمثل الدالة د(س)= س^{٢} +٤س -٥

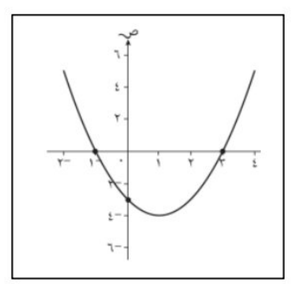


نشاط فردي: صل كل تمثيل بياني من العمود الأول بمعادلته في العمود الثاني :









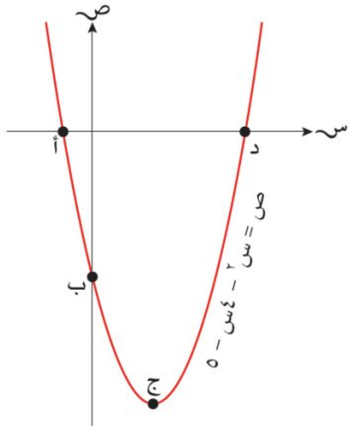
ص= س^{٢} + ٤
ص=-س^{٢} -٤س + ٥
ص=س^{٢} -٣س - ٤
ص = - س^{٢} + ٤
ص= س^{٢} -٢ س -٣
ص=س^{٢} +٢س -٦

نشاط إثرائي: أكمل ما يلي :

١) إذا قطع منحنى الدالة التربيعية المحور السيني في النقطتين (١ ، ٠) ،(٣ ، ٠) فإن معادلة محور التماثل هي .....

٢) إذا كانت النقطة (-٣ ، ٤) هي نقطة راس المنحنى للدالة التربيعية وكان المنحنى يقطع المحور السيني عند نقطتين (د ، ٠) ، (-٥ ، ٠) فإن د = ...

نشاط ثنائي:



يمثّل الرسم المجاور التمثيل البياني للدالة

ص = س^{٢} - ٤س – ٥

ظلل احداثيات النقاط المشار إليها في بالأحرف

أ ، ب ، ج ، د

	(٥، ٠)	(٠، -٥)	(-١، ٠)	(٢،-٩)
أ	☐	☐	☐	☐
ب	☐	☐	☐	☐
ج	☐	☐	☐	☐
د	☐	☐	☐	☐

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تعلم قبلي (٣) : ضع العبارة التربيعية س^{٢} -٢س-٧ على صورة (س + أ)^{٢} + ب بالإكمال إلى المربع .

وضح خطوات حلك:

إيجاد نقطة رأس المنحنى بالإكمال إلى المربع:

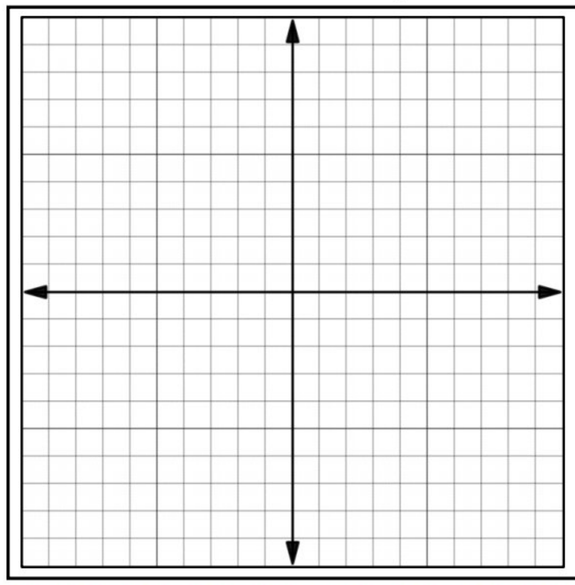
لقد سبق لنا معرفة الصورة القياسية للدالة التربيعية وهي: ص= أس^{٢} +ب س +جـ

يمكن إعادة كتابة الصورة القياسية إلى صورة أخرى وهي: أ(س +د)^{٢} + ك (بالإكمال إلى مربع)

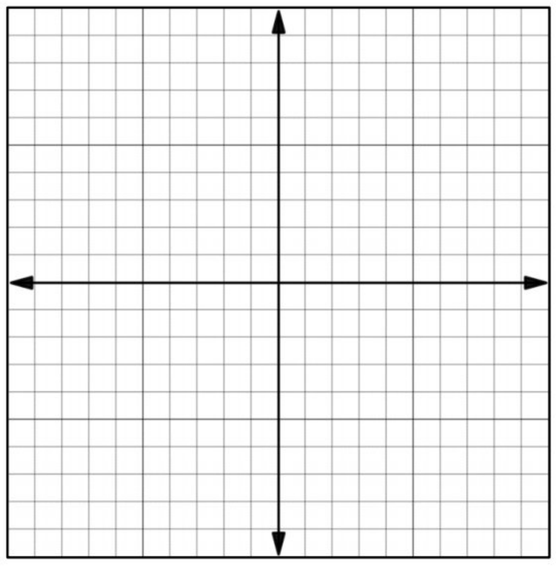
- إحداثيات نقطة رأس المنحنى= (- د، ك)
- معادلة محـور التماثـل هـــي : س = -د

مثال : حدد معادلة محور التماثل وإحداثيات نقطة رأس المنحنى للدالة بالإكمال إلى المربع ثم أرسم التمثيل البياني للدالة :

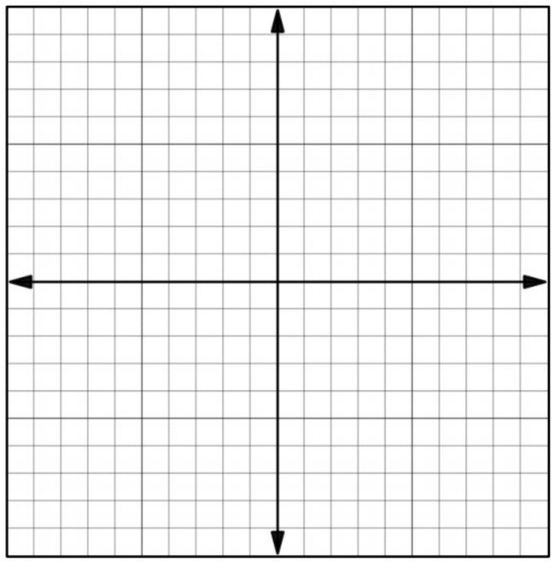
١) ص= س^{٢} +٨س+١٢



٢) ص= - س^{٢} +١٠س-٢٤



٣) ص= ٢س^{٢} +١٢س+١٧



نشاط فردي: حدد نقطة رأس المنحنى للدوال الاتية :

أ) ص = (س – ٣)^{٢} + ١ ب) ص= (س+٢)^{٢}

ج) ص= ٢س^{٢} - ١ د) ص= -٤(س+٤)^{٢} +٣

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نشاط إثرائي:

١) إذا كانت نقطة رأس المنحنى ص = س^{٢} – أ هي (٠، ٤) فحوط قيمة أ

○ صفر ○ ٤ ○ -٤ ○ ٢

٢) إذا كانت (٢ ، ٠) هي نقطة تقاطع الدالـــة ص = س^{٢} -٢أ س + أ^{٢} مع محور السينات فإن قيمة أ تساوي :

○ ٢ ○ -٢ ○ ٤ ○ -٤

طبق مهاراتك: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ٣٠

تتمثّل معادلة منحنى القوس الداعم للجسر (المُلوّن باللون الأحمر في المخطّط أدناه) في الدالة ع = $\frac{-١}{٤٠}$ (س – ٢٠)^{٢} حيث (ع) متر هي المسافة الرأسية، و(س)متر هي الأفقية

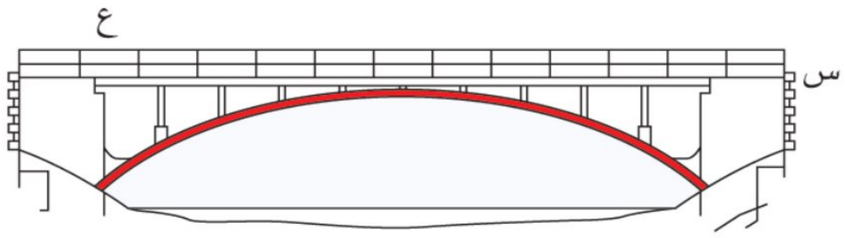
أ) حدّد نقطة رأس المنحنى للدالّة

ب)ما هـي قيـَم س الممكـــنة؟

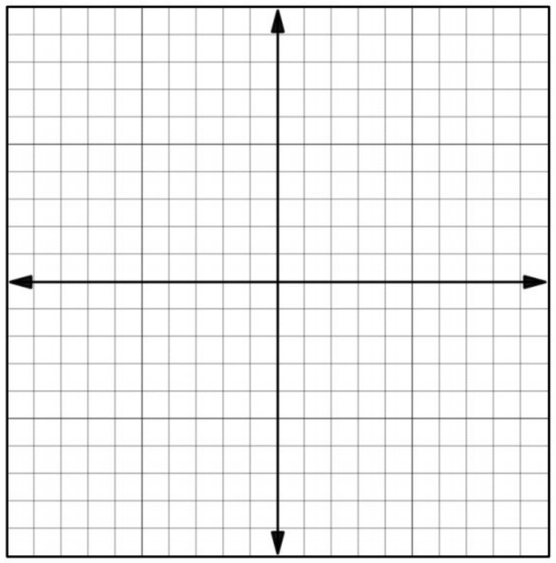
ج) حدّد مجال قيَم ع

د)ارسم تمثيلً بيانيًّا للمعادلة ضمن القيَم الممكنة

هـ)ما عرض القوس؟ و)ما أعلى ارتفاع للقوس؟



الحل:



التقويم الختامي: رقم (١) كتاب النشاط صفحة٢٤

أ) أعـد كتابة الدالة ص = ٣س^{٢} +٦س+٣ في صورة ص= أ(س + د)^{٢} +هـ

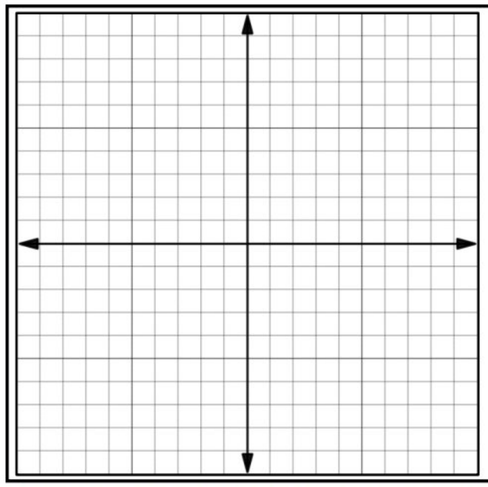
ب) أوجد إحداثيات نقطة تقاطع المنحنى مع المحور الصـادي.

ت) أوجد معادلة محور التماثل وإحداثيات نقطة رأس المنحنى.

ث) أوجد إحداثيات نقطتي تقاطع مع المنحنى مع المحور السيني (إن وجدت)

ج) ارســـم التمثيل البياني للدالة، واذكر ميزاته الأساسيـــــة.

وضح خطوات حلك



الواجب المنزلي: رقم (٣) كتاب النشاط صفحة٢٩

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٩-٥) التمثيلات البيانية لدوال أخرى

التمثيل البياني لدوال في صورة ص = $\frac{أ}{س}$ + ك ، حيث س ≠ صفر

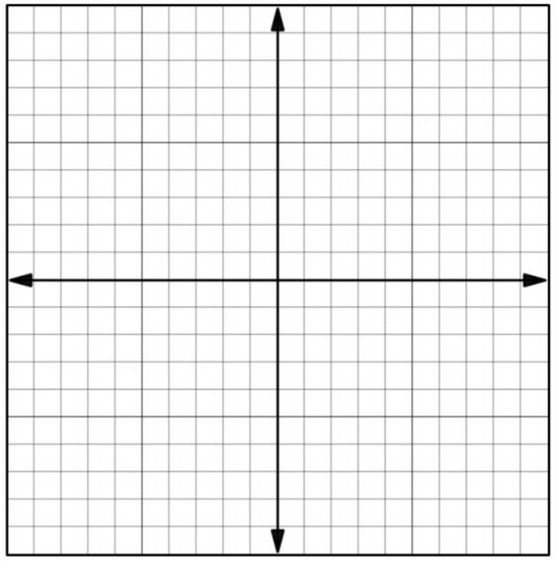
التمهيد:

١) أكمل الجدول الآتي ثم ارسم التمثيل البياني للدالة ص= $\frac{١}{س}$ + ٣

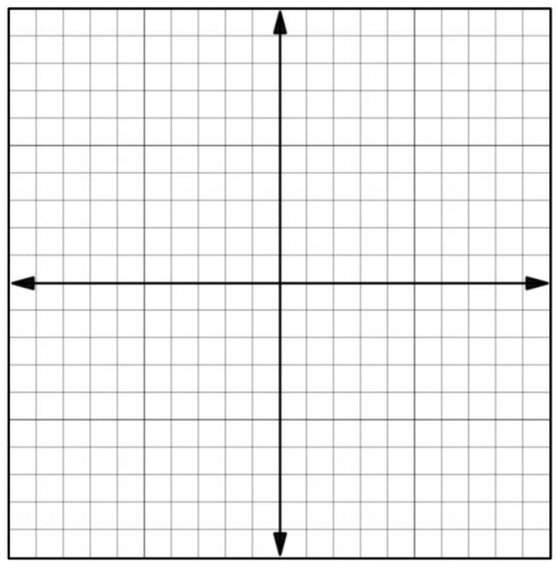
س	-٣	-٢	-١	١	٢	٣	٤
ص= $\frac{١}{س}$ +٣							

٢) أكمل الجدول الآتي ثم ارسم التمثيل البياني للدالة ص= $\frac{-١}{س}$ + ٣

س	-٣	-٢	-١	١	٢	٣	٤
ص= $\frac{-١}{س}$ +٣							



بيان الدالة ص= $\frac{-١}{س}$ + ٣

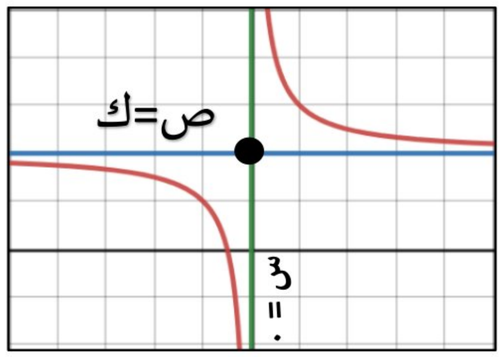


بيان الدالة ص= $\frac{١}{س}$ + ٣

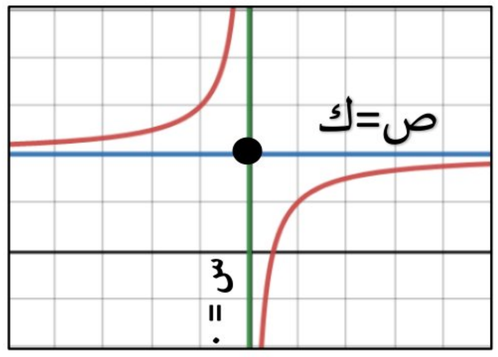
نستنتج أن : خصائص التمثيل البياني للدالة في الصورة ص = $\frac{أ}{س}$ + ك

١) يتكون التمثيل البياني من جزئين منفصلين للمنحنى لهما نفس ا الشكل والقياس وفي ربعين متقابلين .

قيمة أ **موجبة** (أ > صفر)
يقـــع التمثـــيل البيـــاني
في الـــربع الأول والثالث



قيمة أ **سالبة** (أ < صفر)
يقـــع التمثيل البـــياني
في الربع الثاني والـــرابع



٢) التمثيـــل البيـــاني لا يتـــقاطـــع مـــع المـــحور الصـــــادي.

٣) خط التقارب هو مستقيم يقترب إليه التمثيل البياني ولا يتقاطع معه أبدا

٤) خطـــي التقارب أحدهما أفقي ومعادلته ص= ك والآخـــر رأسي ومعادلته س = ٠

٥) الجزء المقطوع من المحور السيني = $\frac{-أ}{ك}$ أي أن المنحنى يمر بالنقطة ($\frac{-أ}{ك}$ ، ٠)

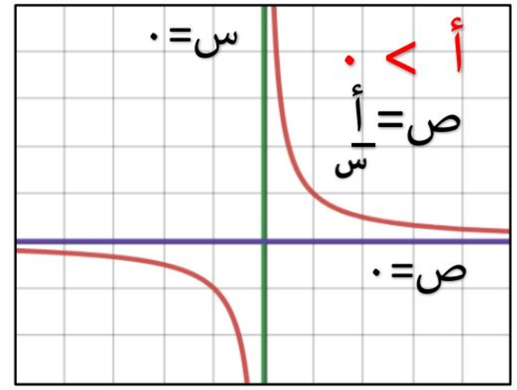
انتبه!!

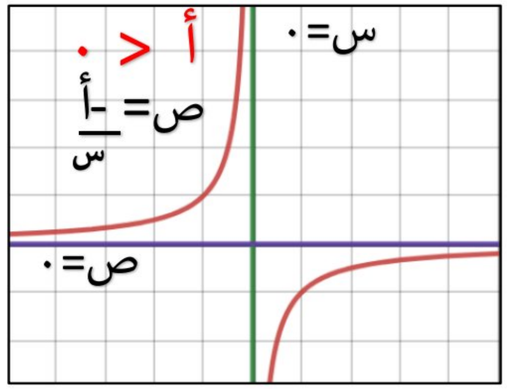
لرسم التمثيل البياني للدالة ص = $\frac{أ}{س}$ + ك نحدد موقع المنحنى ونوجد خطي التقارب والجـــزء المقطوع من المـــحور السيني.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حالة خاصة: عند ك = ٠ ⟵ ص = $\frac{أ}{س}$ ⟵ ص س = أ

خطي التقارب هما المحورين (أي أن المنحنى لا يقطعهما أبدا)

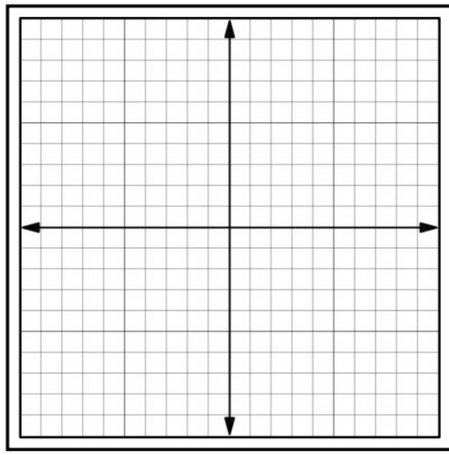




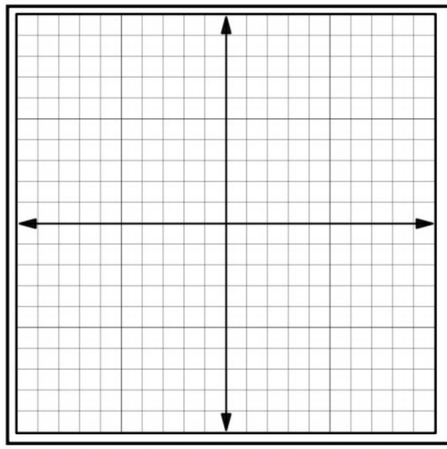
ملاحظة : لا توجد قيمة لـ ص عند س = ٠ ، ولا توجد قيمة لـ س عند ص = ٠

مثال: ارسم التمثيل البياني لكل دالة فيما يلي:

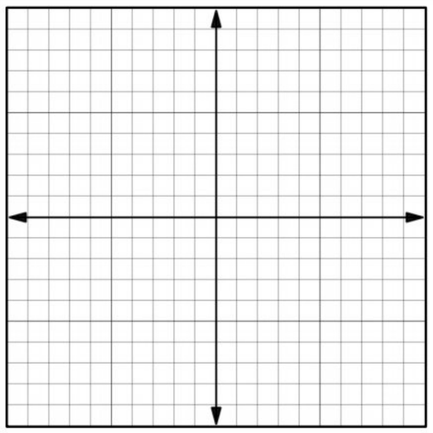
أ) ص = $\frac{٣}{س}$



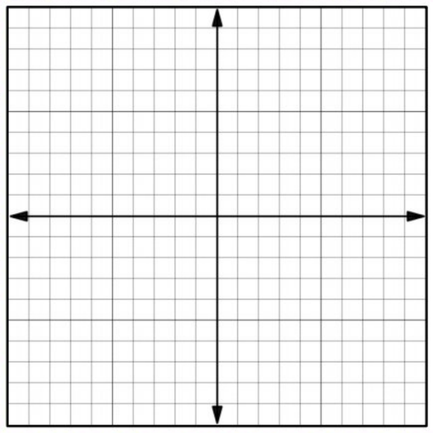
ب) ص = $\frac{-٩}{س}$ - ٣



ج) ص = $\frac{٤}{س}$ + ٧



تدريب: ارسم التمثيل البياني للدالة س ص = - ٤



نشاط فردي:

١) أكمل : خطي التقارب للدالة ص = $\frac{٣}{س}$ - ٥ هما:

_____ ، _____

٢) إذا كان خطي التقارب للدالة ص = $\frac{أ}{س}$ + ب هما ص = ٦
س = ٠ والجزء المقطوع من المحور السيني = -٣

أكمل : أ = ☐

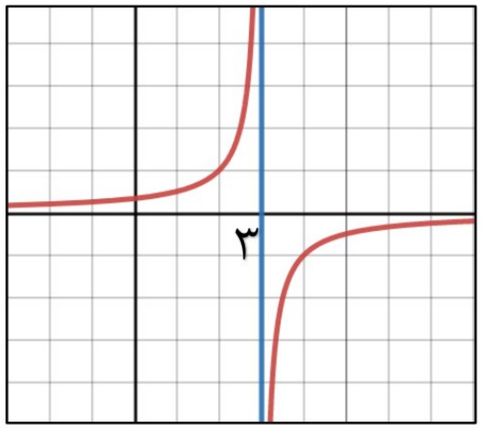
ب = ☐

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نشاط جماعي:

مثل أحمد الدالة ص = $\frac{-١}{س}$ + ٣ كما هو مبين فالتمثيل المقابل

هل تمثيله صحيح ؟ ☐ نعم ☐ لا ، بـــرر إجابتـــك.

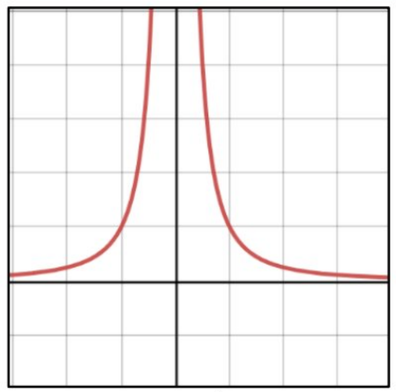


خصائص التمثيل البياني للدالة ص = $\frac{١}{س^{٢}}$

١) التمثيل البياني بأكمله يقع فوق المحـــور السيني.

٢) التمثيل البياني يشبه جزئيا التمثيل البياني للدالة ص = $\frac{١}{س}$ يتكـــون مـــن جزئـــين منفصلـــين.

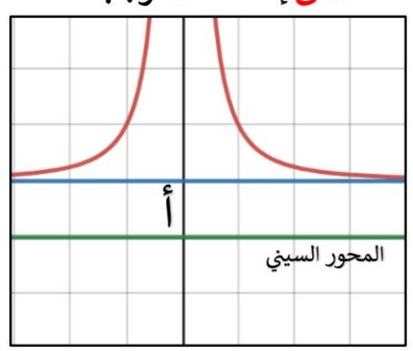
٣) عنـــد س = ٠ ⟵ ص (غـــير معـــرف).



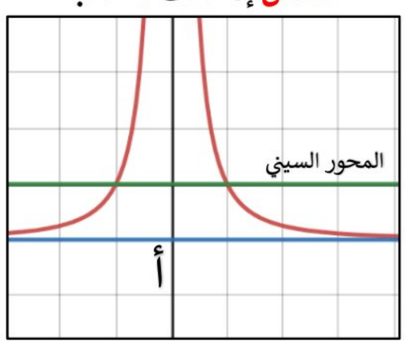
*ملاحظات:

١) التمثيل البياني للدالة ص = $\frac{١}{س^{٢}}$ + أ هو نفسه التمثيل البياني للدال ص= $\frac{١}{س^{٢}}$ مع سحبه إلى:

أعلى إذا كانت أ موجبة



أسفل إذا كانت أ سالبة



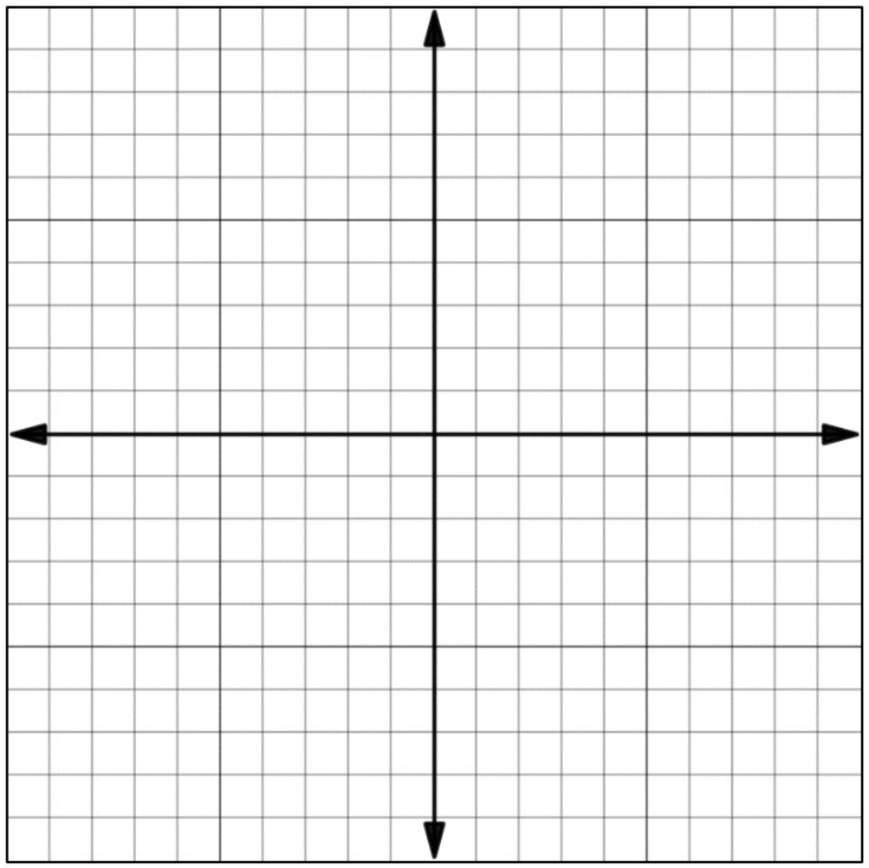
٢) التمثيل البياني للدالة ص = $\frac{ب}{س^{٢}}$ هو نفسه التمثيل البياني للدالة ص = $\frac{١}{س^{٢}}$ مع تمدد للأعلى

الصف: العاشر الوحدة: المزيد من المعادلات الموضوع: (٩-٥) التمثيلات البيانية لدوال أخرى الفصل الدراسي الثاني

نشاط فردي :

ارســـــم الدوال الآتية على نفـس المستـــوى :

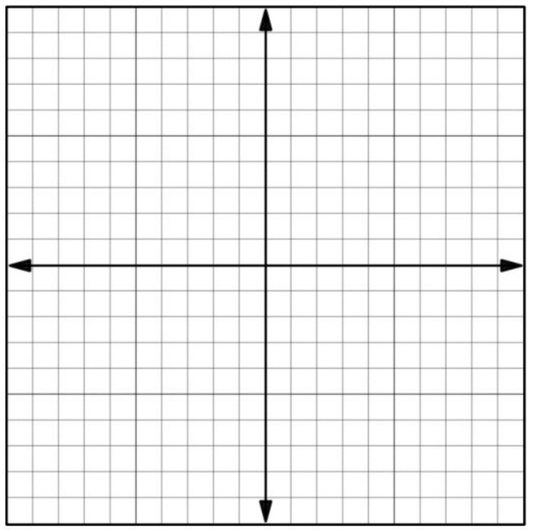
ص = $\frac{١}{س^{٢}}$ ، ص = $\frac{١}{س^{٢}}$ + ٣ ، ص = $\frac{٣}{س^{٢}}$



إعداد المعلم :حسن آل سنان والمعلمة: فاطمة الزهراء السيد -مدرسة وادي الحواسنة /محافظة شمال الباطنة والمعلمة مروة الغنبوصية -مدرسة السويح /محافظة جنوب الشرقية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدوال الخطية



التعلم القبـــلي:

ارسم الدوال الآتية :

ص = ٤ ، ص= -٢

س = -١ ، س = ٣

الدالة الخطيـة: الصورة العامـــة للدالة الخطيـــة هـــي:

ص = م س + جـ

تمثل الجزء المقطوع محـــور الصـادات
نقطة تقاطع المستقيم مع المحور الصـادي (٠ ، جـ)

تمثل ميل المستقيم
الميل= التغير الرأسي / التغير لأفقي

اختبر فهمك:

١) أكمل : ميل الخط المستقيم ص = ٢س - ٣ هو : ☐

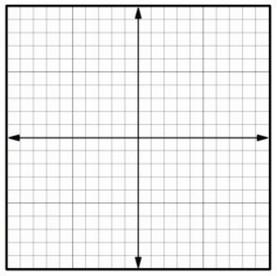
٢) حوط نقطة تقاطع المستقيم ٢ص = ٤س +٢ مع المحو الصادي

○(٠ ، ٢) ○(٢ ، ٠) ○(١ ، ٠) ○(٠ ، ١)

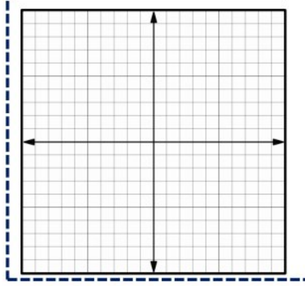
ملاحظة:

لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم الممثل للدالة ص = م س + جـ مـع المحـور السيـني نضـع ص = ٠ ونوجـد قيمـة س .

مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة ص = - س + ٢



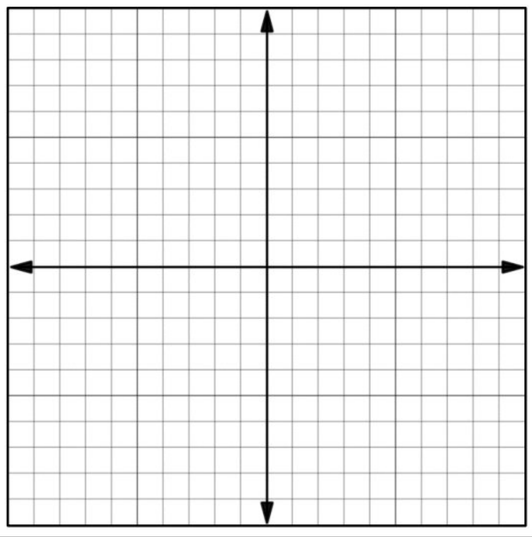
أ) بإيجـاد نقـــاط التقاطـــع



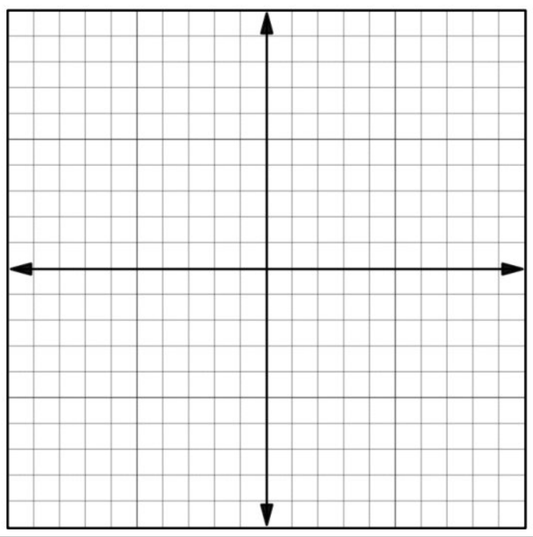
ب)باستخـدام الميـل والجـــزء المقطوع من المحور الصادي

تمرين : مثل كل من الدوال بيانيا:

أ) ص = ٣س + ٦



ب) ص = ٤ – س



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدوال التكعيبية

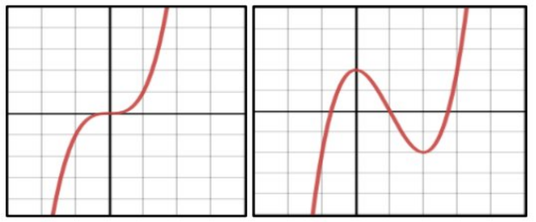
الـــدالة التكعيبيـة: تتضمن حدا مرفوعـــا إلى الأس ثلاثـــة
(الحد ذو القوى الأكبر للدالة هـو ثلاثة)

أمثلة لدوال تكعيبية: ص = س^{٣} ، ص = ٢ س^{٣} - ٤ س
ص= -٢س^{٣} ، ص = -س^{٣} + ٢س^{٢} + ٢

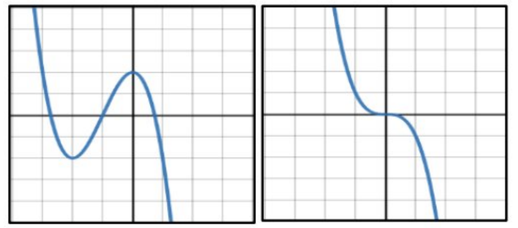
ملاحظـات هامــة :

١) يسمى التمثيل البياني للدالة التكعيبية بالمنحـنى التكعـيي ويتخذ شكلين أساسيين :

إذا كان معامل س^{٣} موجبا (+)

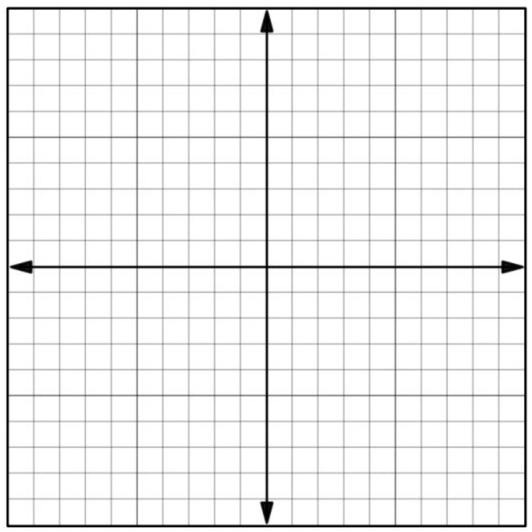


إذا كان معامل س^{٣} سالبا (-)

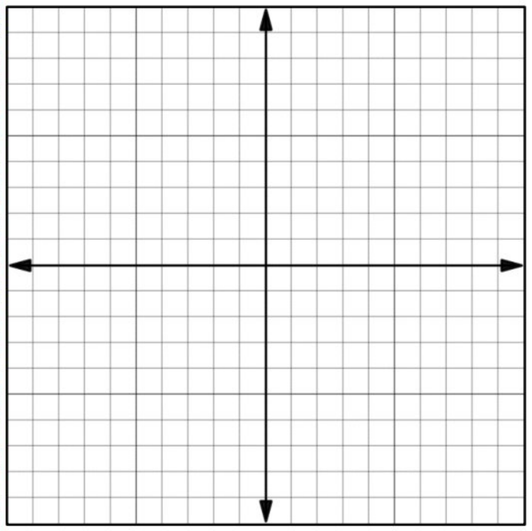


٢) نوجد الجزء المقطوع من المحور الصادي بوضع س = ٠ في الدالة .

مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة
ص = س^{٣}

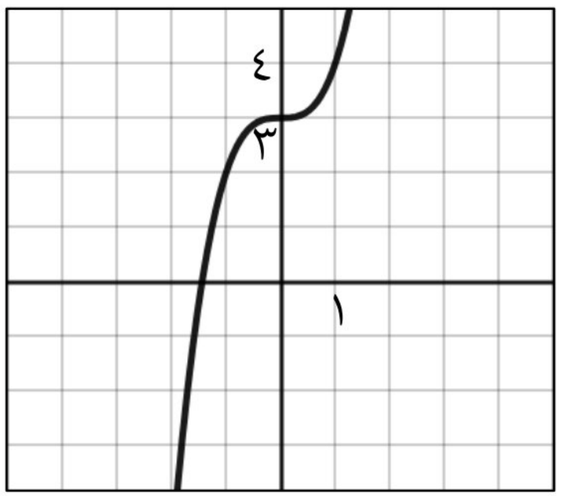


تمرين: ارسم التمثيل البياني للدالة
ص = ٢ س^{٣} + ١



نشاط اثرائي :

حوط قيمة أ+ ب إذا كان الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة ص = أس^{٣}- ب



○ ٣ ○ -٣

○ -٢ ○ ٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

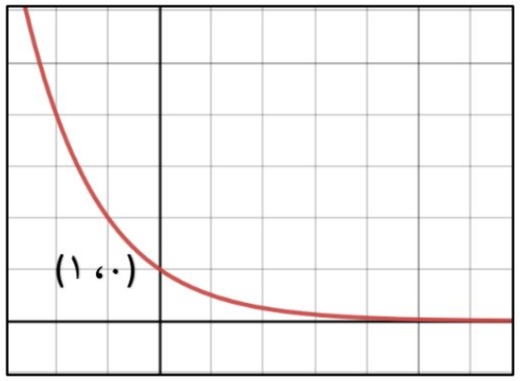
الدوال الأسية

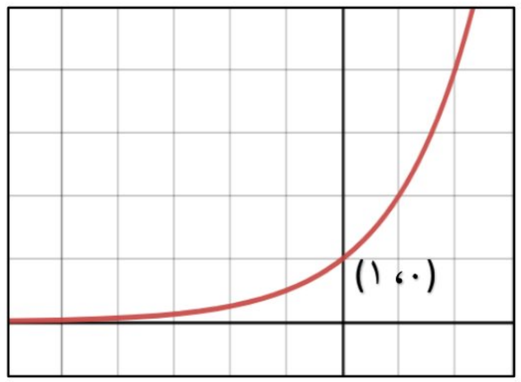
الصورة العامة للدالة الأسية هي: ص = أ^س حيث أ > ٠

ملاحظات:

١) التمثيل البياني للدالة الأسية يقطع المحور الصادي عند النقطة (٠ ، ١)

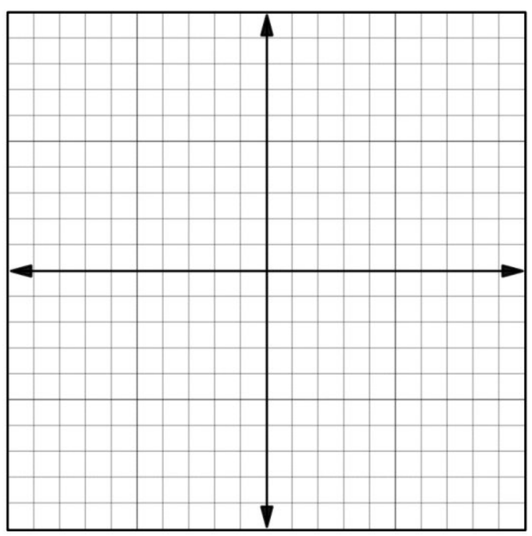
٢) المحور السيني يمثل خط تقارب للتمثيل البياني (لأن الدالة لا يمكن أن تكون سالبة)





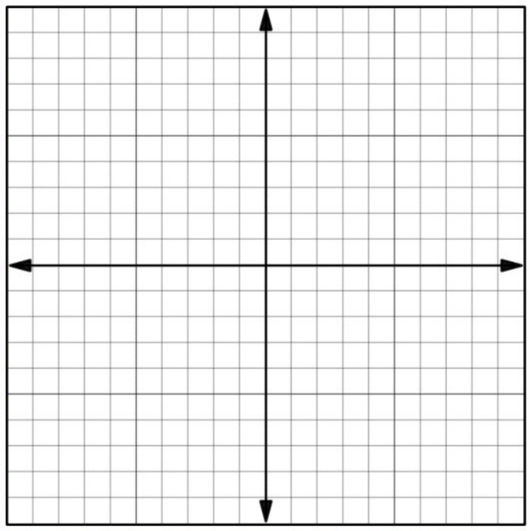
مثال: ارسم التمثيل البياني للدالة

ص = ٣^س

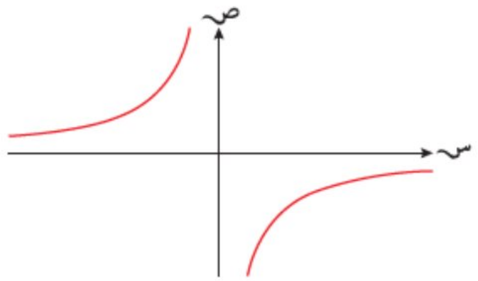


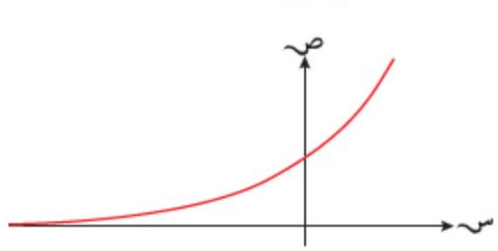
تمرين: ارسم التمثيل البياني للدالة

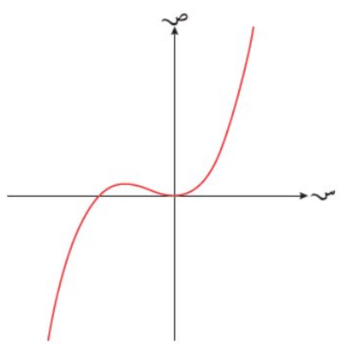
ص = ٢^س



نشاط فردي: أكتب الدالة الممكنة لكل تمثيل من التمثيلات البيانية

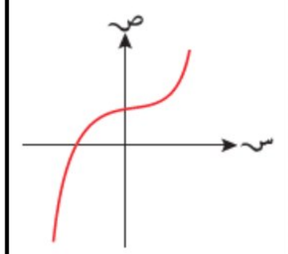
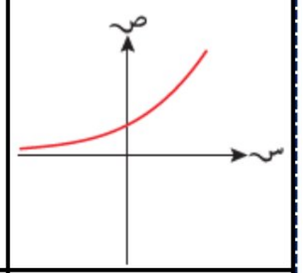
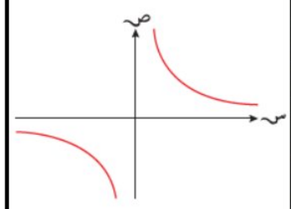
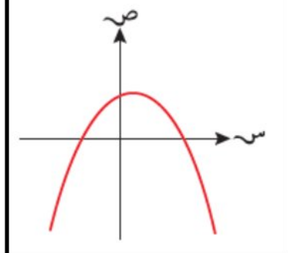
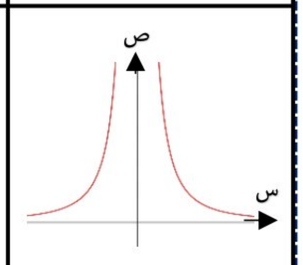






الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

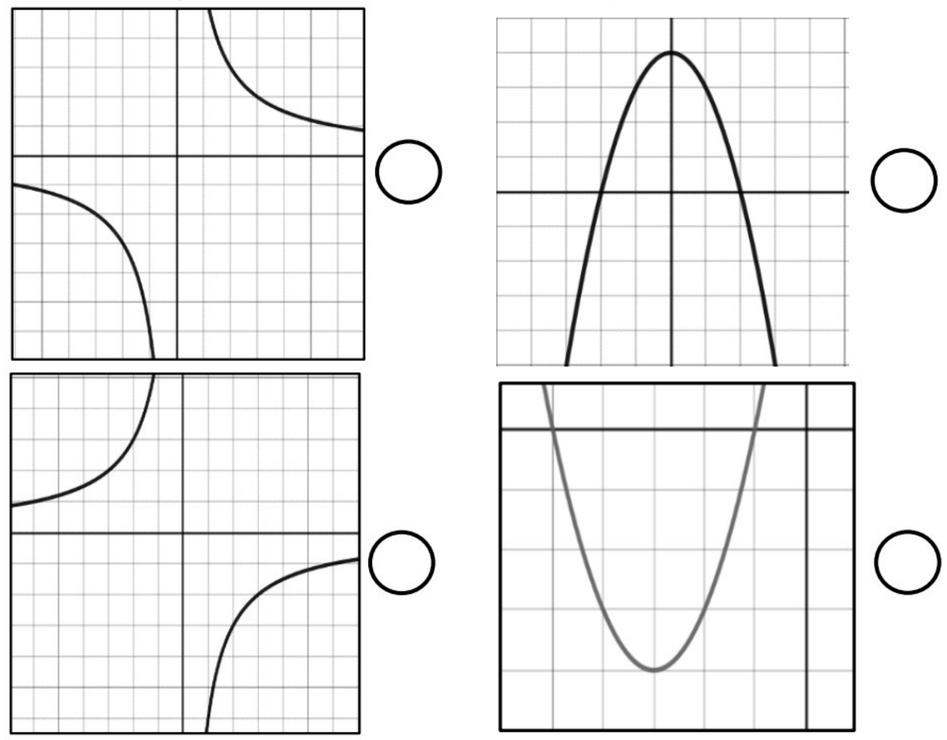
نشاط جماعي: ظلل الدالة الممكنة لكل تمثيل بياني

	ص = $\frac{١٦}{س^{٢}}$	ص= $\frac{١٦}{س}$	ص=١+س-س^{٢}	ص= ٢^{س}	ص=س^{٣} +س^{٢} +١
	☐	☐	☐	☐	☐
	☐	☐	☐	☐	☐
	☐	☐	☐	☐	☐
	☐	☐	☐	☐	☐
	☐	☐	☐	☐	☐

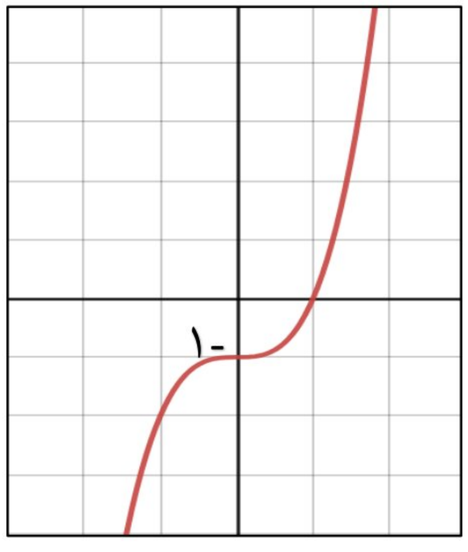
الصف: العاشر الوحدة: المزيد من المعادلات الموضوع: (٩-٥) التمثيلات البيانية لدوال أخرى الفصل الدراسي الثاني

تقويم ختامي:

١) حوط التمثيل البياني المناسب للدالة ص = $\frac{-٦}{س}$



٢) من التمثيل البياني المقابل أكمل :



أ) نقطة تقاطع الدالة مع محور الصادات هـــي(.....، .....)

ب) يمثل التمثيل البياني الدالة .....

ج) إشارة معامل الحد ذو القوى الأكبر في الدالة هو .....

إعداد المعلم :حسن آل سنان والمعلمة: فاطمة الزهراء السيد -مدرسة وادي الحواسنة /محافظة شمال الباطنة والمعلمة مروة الغنبوصية -مدرسة السويح /محافظة جنوب الشرقية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تابع التقويم الختامي:

٣) إذا كانت الدالة ص= ٥ – ٣س ،أجب عن الأسئلة التالية:

أ) أســم الدالة _____

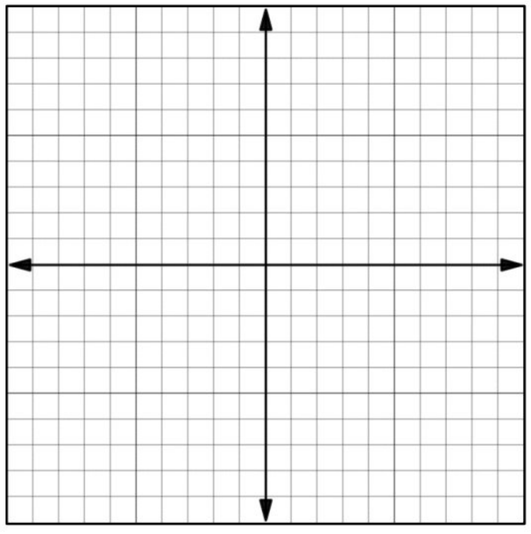
ب) الميـــل = _____

ج) نقطة تقاطع الدالة مع المحور السيـني(،)

د) حوط نقطــة تقاطع الدالة مع المحـور الصـــادي

○(٠ ، ٣) ○(٠ ، -٣) ○(٠ ، ٥) ○(٠ ، -٥)

هـ) ارسم التمثيل البياني للدالة



الواجب المنزلي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة٢٨

الصف: العاشر الوحدة: المزيد من المعادلات الموضوع: (٩-٥) التمثيلات البيانية لدوال أخرى الفصل الدراسي الثاني

انتهى ملخص الوحدة

فريق العمل

أ. حســـن بن أحـــمد آل سنـان

أ. فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

محافظة شمال الباطنة-مدرسة وادي الحواسنة (١-١٢)

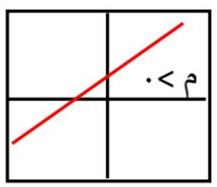
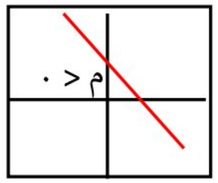
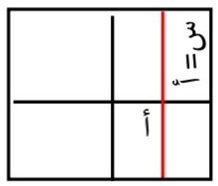
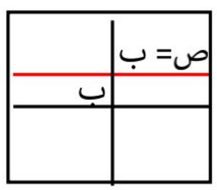
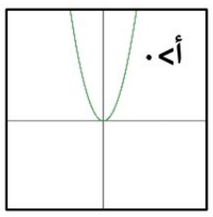
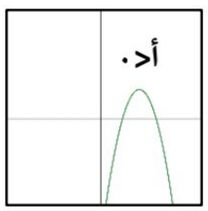
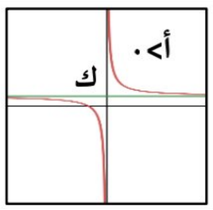
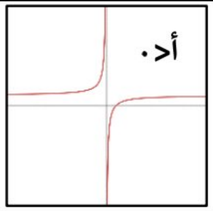
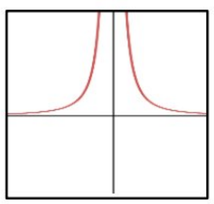
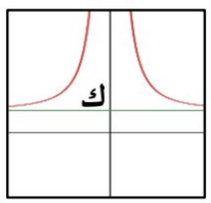
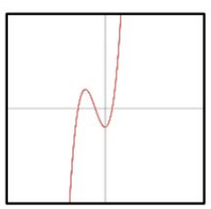
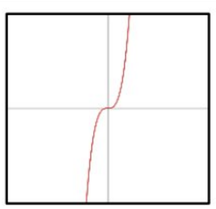
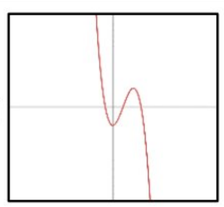
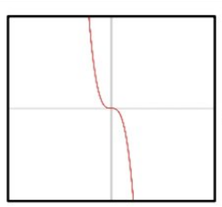
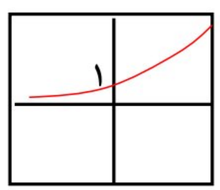
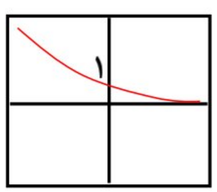
أ. مـروة بنت راشد الغنبوصيـة

محافظة جـنوب الشرقية – مدرســة السويـح (١-١٠)

إعداد المعلم :حسن آل سنان والمعلمة: فاطمة الزهراء السيد -مدرسة وادي الحواسنة /محافظة شمال الباطنة والمعلمة مروة الغنبوصية -مدرسة السويح /محافظة جنوب الشرقية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملحق (١) ملخص التمثيلات البيانية للدوال

نوع التمثيل البياني	الصورة العامة للدالة / الوصف	شكل التمثيل البياني
المستقيم	ص= م س+ جـ أكبر قوى لـ س هو ١ المستقيم يقطع محوري الإحداثيات.	 
	س= أ يكون المستقيم موازيا لمحور الصادات. ص=ب يكون المستقيم موازيا لمحور السينات.	 
الدالة التربيعية	ص= س^{٢} أو ص = أس^{٢} +ب س + جـ أو ص= أ(س + د)^{٢} +ك أعلى قوى لـ س = ٢	 
الدالة في صورة $\frac{أ}{س}$	ص = $\frac{أ}{س}$ أو س ص = أ أو ص = $\frac{أ}{س}$ + ك يتكون من جزئين منفصلين وفي ربعين متقابلين	 
الدالة في صورة $\frac{أ}{س^{٢}}$	ص = $\frac{أ}{س^{٢}}$ أو ص = $\frac{أ}{س^{٢}}$ + ك ، أ < ٠ يتكون من جزئين منفصلين كلاهما يقع فوق المحور السيني وفي ربعين متجاورين	 
الدوال التكعيبية	ص= س^{٣} أو ص = أس^{٣} +ب س^{٢} +جـ س +د ، أ≠٠ أعلى قوى لـ س = ٣	   
الدالة الأسية	ص = أ ^{س} حيث أ > ٠ تقطع المحور الصادي في النقطة (٠ ، ١) والمحور السيني يمثل خط تقارب لها	 

إعداد المعلم :حسن آل سنان والمعلمة: فاطمة الزهراء السيد -مدرسة وادي الحواسنة /محافظة شمال الباطنة والمعلمة مروة الغنبوصية -مدرسة السويح /محافظة جنوب

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner